



## **GRIMeD Gruppo di Ricerca Matematica e Difficoltà**

**Seminario “La Matematica in Atto”**

**Giocare insieme per imparare:  
carte, trucchi e magie...**

***Brunetto Piochi***

**Torino, 6-8 settembre 2018**

# Perché insegnare matematica ?

Le risposte a questa domanda non sono indifferenti ai fini dei processi didattici che un insegnante attiva con i suoi alunni.

Ogni idea in proposito determina atteggiamenti e procedure didattiche specifiche e condiziona i processi di valutazione.

L'immagine della stessa matematica ne è condizionata

# Matematica: Perché? Cosa?

- **Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il “pensare” e il “fare” e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall’uomo, eventi quotidiani.**
- **In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.**

(Indicazioni Nazionali)

# Matematica: Perché? Cosa?

La competenza matematica è la capacità di un individuo di **identificare e comprendere il ruolo** che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di **utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita** di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.

(OCSE-PISA)

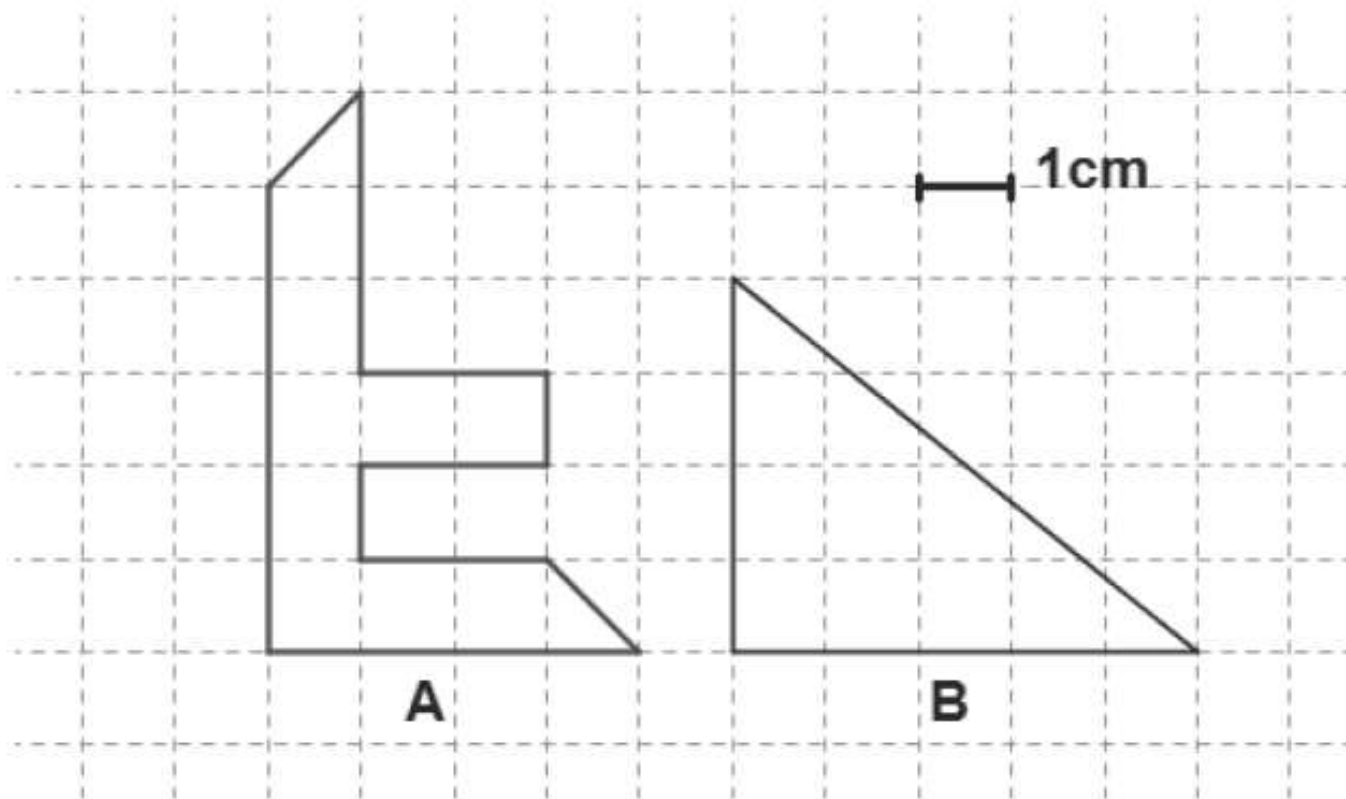
# Quale Matematica per gli alunni in difficoltà (ma non solo per loro) ?

- un oggetto sociale, da “condividere” con altri al pari di ogni altro sapere,
- uno strumento che serva a collegare / modellizzare / interpretare / comunicare,
- un mezzo essenziale all'autonomia personale e all'esercizio della cittadinanza.

## *... dunque una matematica*

- dove la sintassi è secondaria rispetto alla semantica,
- dove le formule sono mezzi e non fini,
- dove anche la mediazione narrativa è centrale per l'apprendimento
- non parcellizzata, dove i diversi registri comunicativi si illuminano e chiariscono a vicenda.

D16. Osserva i seguenti poligoni.



a. L'area di A misura .....  $\text{cm}^2$ .

b. L'area di B misura .....  $\text{cm}^2$ .

L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria, ad esempio per verificare la correttezza di calcoli mentali e scritti e per esplorare il mondo dei numeri e delle forme.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

(Indicazioni Nazionali)



Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni-problema, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, **dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione** di ciò che è noto e di ciò che si intende trovare, **congetturando soluzioni e risultati**, individuando possibili strategie risolutive.

(Indicazioni Nazionali)

# Matematica: Come insegnarla?

- La matematica va insegnata e appresa in una comunità, confrontando i diversi punti di vista, sostenendo e cambiando le proprie idee, in una condivisione “sociale” di questo come di ogni altro sapere.
- Ci si dovrà occupare quanto più possibile del mondo “reale.
- La proposta didattica deve concentrarsi sul metodo e sulla componente metacognitiva dell’apprendimento, oltre che su quella cognitiva.
- La tecnologia potrà in questa direzione diventare una naturale “protesi” per favorire l’apprendimento.

*...ma soprattutto con un*  
**APPROCCIO LABORATORIALE !**

- *“Il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).”*  
*“L’ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.”*

(UMI-CIIM, 2003)

# Occorre spostare il “focus” dell’insegnamento (alcuni esempi...)

<i>Da:</i>	<i>A:</i>
Abilità di calcolo scritto	Calcolo orale Calcolo automatico
Studio di figure standard	Riconoscimento di figure dinamiche e non standard e studio delle loro proprietà
Studio di definizioni e formule	Appropriazione di un linguaggio Ragionamento
Memorizzazione e riproduzione di procedure standard	Metacognizione Elaborazione di ipotesi e loro verifica Generalizzazione
“Problemi”	Modellizzazione Problem posing e Problem solving

*...ma soprattutto con un*

# APPROCCIO LABORATORIALE !

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

Nella scuola primaria (????) si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contenuti diversi.

# Giochi

- Qualsiasi attività liberamente scelta a cui si dedichino, singolarmente o in gruppo, bambini o adulti senza altri fini immediati che la ricreazione e lo svago, sviluppando ed esercitando nello stesso tempo capacità fisiche, manuali e intellettive
- Pratica consistente in una competizione fra due o più persone, regolata da norme convenzionali, e il cui esito, legato spesso a una vincita in denaro (*posta del g.*), dipende in maggiore o minor misura dall'abilità dei singoli contendenti e dalla fortuna

*(Enciclopedia Treccani)*

# Giochi

*Il gioco è un'attività libera che si pone in maniera consapevole al di fuori della vita ordinaria in quanto non seria, ma allo stesso tempo capace di assorbire il giocatore intensamente e completamente.*

*(Huizinga - Homo Ludens 1936)*

*Giocare rappresenta uno sforzo volontario atto a superare ostacoli non necessari.*

*(Suits - The Grasshopper: Games, Life and Utopia, 1978)*

## L'attività di gioco deve essere (Caillois 1981)

- **Libera:** il giocatore non può essere obbligato a partecipare;
- **Separata:** entro limiti di spazio e di tempo;
- **Incerta:** lo svolgimento e il risultato non possono essere decisi a priori;
- **Improduttiva:** non crea né beni, né ricchezze, né altri elementi di novità;
- **Regolata:** con regole che sospendono le leggi ordinarie;
- **Fittizia:** consapevole della sua irrealtà.



**Situazione** Una situazione é un insieme di condizioni che conducono un soggetto a utilizzare una conoscenza precisa come mezzo per regolare questa situazione o ottenerne un certo risultato.

Una situazione é detta “ **non didattica** ” se il soggetto é condotto a questa utilizzazione di conoscenza senza l'intervento d'un terzo, senza informazione esterna né correzioni e senza ingiunzioni di sorta.

**Situazione a-didattica** Una situazione resa provvisoriamente e parzialmente non didattica é detta a-didattica : l'allievo é cosciente che deve reagire con le proprie sue forze e la sua responsabilità, benché egli non sia sicuro di riuscirci

# Fare scuola giocando

## In modo esplicito

Giochi di Kim

Numerando

Smontare e rimontare Problemi

## In modo implicito

Sfide (Indovinelli, Paradossi, Magie)

Guardare il mondo con altri occhi

## **“Problemi” e domande**

**Nelle classi finali della scuola elementare e nella prima media è stato proposto un approccio diverso al problema “stereotipo” , privilegiando l’interazione con il testo piuttosto che la risoluzione.**

**I problemi del libro di testo possono essere trasformati utilmente in stimoli di apprendimento per i ragazzi?**

**I ragazzi sono in grado di leggere una situazione ‘standard’ e trasformarla mediante una rielaborazione personale?**

**Abbiamo utilizzato un problema tra quelli presenti nel libro di testo, abbiamo eliminato la domanda e abbiamo chiesto ai ragazzi di formulare tutte le domande che venivano loro in mente.**

**Cinque ragazzi decidono di organizzare una festa. Comprano 16 lattine di bibita a mezzo euro l'una, 5 scatole di biscotti a un euro e mezzo l'una e 12 focacce a 60 centesimi di euro l'una .....**

## Domande “attese”

- Quanto spendono in tutto ?
- Se vogliono dividere la spesa, quanti soldi deve mettere ciascun ragazzo?
- Quanto costano tutte le lattine?
- Quanto costano tutte le focacce ?

## Domande “inattese”

- Quanti sono gli invitati?
- Perché solo 5 ragazzi ?
- Se sono così pochi perché decidono di comprare così tanta roba da bere ?
- Perché hanno deciso di spendere 22,70 € ?
- Come mai costano 60 centesimi le focacce ?

# TRASMISSIONE DEL PENSIERO ....

# INDOVINARE UN ANIMALE

- Pensate un numero da 1 a 10
- Moltiplicate per 9
- Sommate le cifre (es: 32 -> 3+2=5)
- Sottraete 4 da questa somma
- Ora sostituite una lettera al numero, così :  
1 -> A ; 2 -> B ; 3 -> C ; 4 -> D ; 5 -> E  
6 -> F ; 7 -> G ; 8 -> H ; 9 -> I ; 0 -> L
- Ora chiudete gli occhi e **PENSATE** fortemente a un animale il cui nome cominci con la lettera che vi è risultata.... Pensatelo bello **GROSSO**....

RIAPRITE GLI OCCHI E....





# INDOVINARE UN NUMERO

- Pensate un numero 6
- Moltiplicate per 5 30
- Sommate 3 33
- Moltiplicate per 4 132
- Aggiungete 12 144
- Moltiplicate per 5 720

✓ Ora ditemi il risultato ed io indovinerò il numero che avete pensato

$$720 \rightarrow 6$$

# INDOVINARE UN NUMERO

- Pensate un numero 6
- Moltiplicate per 5 30
- Sommate 3 33
- Moltiplicate per 4 132
- Aggiungete 12 144
- Moltiplicate per 5 720

$$\begin{aligned}x &\rightarrow 5x \rightarrow 5x + 3 \rightarrow 4(5x+3) = 20x+12 \rightarrow \rightarrow \\20x + 12 + 12 &= 20x + 24 \\ \rightarrow 5(20x+24) &= 100x+120 \\ \rightarrow 720 - 120 &= 6*100 \rightarrow 6\end{aligned}$$

# INDOVINARE LA DATA

<b>Pensa alla data del compleanno: G/M</b>	<b>12/09</b>
<b>Somma 4 al mese M</b>	<b>13</b>
<b>Moltiplica questo numero per 50</b>	<b>650</b>
<b>Ora somma a questo il giorno G</b>	
<b>    e poi ancora 5</b>	<b>667</b>
<b>Raddoppia il totale</b>	<b>1334</b>

✓ **Ora ditemi il risultato ed io indovinerò la vostra data del compleanno**

**1334 → 12 settembre**

# INDOVINARE LA DATA

<b>Pensa alla data del compleanno: G/M</b>	<b>12/09</b>
<b>Somma 4 al mese M</b>	<b>13</b>
<b>Moltiplica questo numero per 50</b>	<b>650</b>
<b>Ora somma a questo il giorno G</b>	
<b>    e poi ancora 5</b>	<b>667</b>
<b>Raddoppia il totale</b>	<b>1334</b>

$$\begin{aligned}M &\rightarrow M+4 \rightarrow 50(M+4)=50M+200 \rightarrow 50M+G+205 \\ &\rightarrow 100M+2G+410 \\ 1334 - 410 &= 924 = 9*100 + 2*12 \rightarrow 12/09\end{aligned}$$

# Giochi di carte



Gioco delle 21 carte

es.

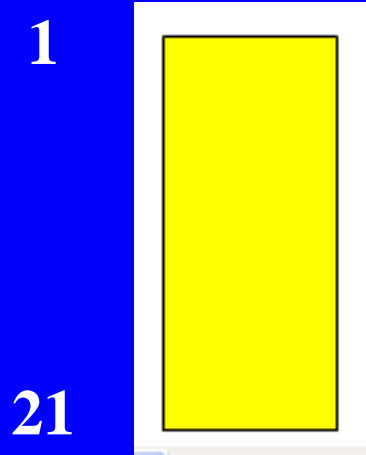
Gioco delle 20 carte

1

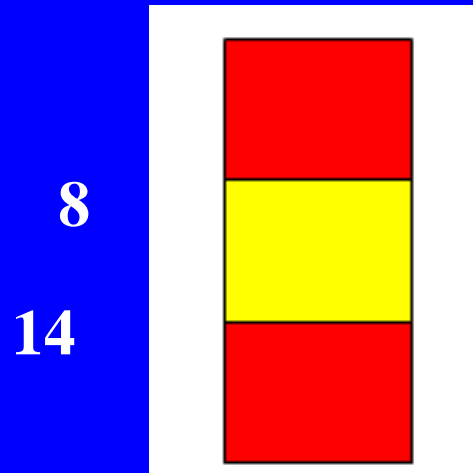
2

# Gioco delle 21 carte

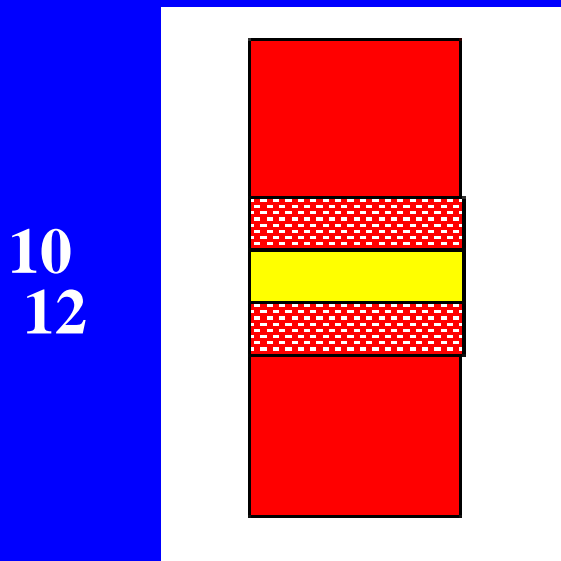
Inizio



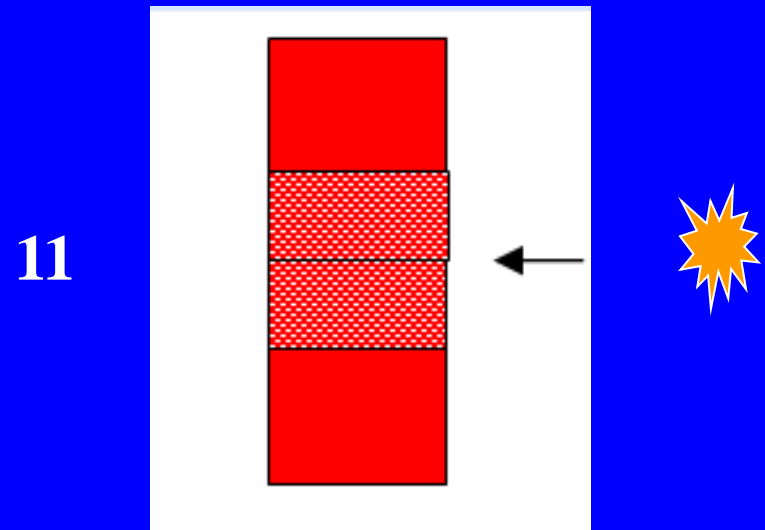
Fine 1 smazzata



Fine 2 smazzata



Fine 3 smazzata



# Gioco delle 20 (+20) carte



Fig.4. Schematizzazione del mazzo delle 20 carte inizialmente separate e girate

$$C = 20 - (10 - x + 1) - (10 - y + 1) - (10 - z + 1) = x + y + z - 13$$

$$C + B = x + y + z - 13 + B$$

$$x + y + z - 13 + B = x + y + z$$



Fig.5. Schematizzazione di Fig. 4 con le C carte aggiunte (o tolte) dopo la costruzione dei tre mazzetti da 10.

# Generalizziamo il modello...

## *Variamo il numero $q$ di carte*

Che cosa cambia se varia il numero di carte per mazzetto? Ad esempio: se si conta fino a **11**

$$C = 20 - (11 - x + 1) - (11 - y + 1) - (11 - z + 1) = x + y + z - 16$$

Ad esempio: se si conta fino a  $q$  ?

$$C = 20 - (q - x + 1) - (q - y + 1) - (q - z + 1) = 20 + x + y + z - 3(q + 1)$$

$$C + B = 20 + x + y + z - 3(q + 1) + B = x + y + z$$

$$B = 3(q + 1) - 20$$



# Generalizziamo il modello...

*Variamo il numero  $q$  di carte*

Che cosa cambia se varia il numero di carte per mazzetto?

$$C = 20 - (11 - x + 1) - (11 - y + 1) - (11 - z + 1) = x + y + z - 16$$

Ad esempio: se si conta fino a  $q$  ?

$$C = 20 - (q - x + 1) - (q - y + 1) - (q - z + 1) = 20 + x + y + z - 3(q + 1)$$

$$C + B = 20 + x + y + z - 3(q + 1) + B = x + y + z$$

$$B = 3(q + 1) - 20$$

[http://www.treccani.it/scuola/lezioni/in\\_aula/fisica/insegnare\\_fisica\\_e\\_matematica/corridoni.html](http://www.treccani.it/scuola/lezioni/in_aula/fisica/insegnare_fisica_e_matematica/corridoni.html)

# Valutare: come ?

- Dovremo imparare a legare **consapevolmente** la valutazione alle scelte didattiche che l'insegnante opera.
- Occorre cercare nuovi strumenti e metodologie valutative per attività laboratoriali e metacognitive
- Dovremo rinunciare a ricercare metodi e criteri “assolutamente oggettivi” di valutazione, accettando che la valutazione non possa mai essere totalmente oggettiva; essa è soggettiva proprio in quanto coinvolge “soggetti” in una interazione reciproca.

# La didattica laboratoriale e la Valutazione: una proposta...

Studente	Partecipazione			Apprendimenti	
	Presenza	Coinvolgimento	Ruolo propositivo	Sapere (conoscenza)	Saper fare (abilità)
A					
B					
C					
D					

# Conclusioni

Come si vede, proprio queste modalità rendono la valutazione a sua volta un fatto metacognitivo e di crescita, impegnando competenze diverse e soprattutto coinvolgendo il soggetto in approcci non usuali ma altamente educativi.

È comunque fondamentale che la valutazione non consideri solo la singola performance ma il quadro generale, il trend di crescita, sulla base di mete e obiettivi condivisi e convalutati coi mezzi sopra citati.

La valutazione diventa in questo modo “diagnosi”, anche al fine di valutare lo scarto tra l’atteso e l’ottenuto e poter “aggiustare il tiro” didattico/educativo al fine di superare quello scarto



# **GRIMeD Gruppo di Ricerca Matematica e Difficoltà**

**Seminario “La Matematica in Atto”**

**Giocare insieme per imparare:  
carte, trucchi e magie...**

**Torino, 6-8 settembre 2018**